

## Аннотация дисциплины Б.1.1.9 Дисциплина. Математика

Дисциплина "Математика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Безопасность жизнедеятельности в техносфере" направления подготовки "20.03.01 Техносферная безопасность".

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 432/12 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме зачет, экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. Введение в курс математики. Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам первой строки. Определители  $n$ -го порядка. Основные свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам произвольного ряда. Теорема об аннулировании определителя.  
Матрица, ее размер. Квадратная матрица, основные понятия (порядок, единичная матрица, не-вырожденная, треугольная). Равенство матриц, сложение матриц, свойства. Умножение матрицы на число, свойства. Произведение матриц, свойства. Обратная матрица, теорема существования, теорема единственности.
2. Система линейных уравнений, основные понятия (решение, совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные). Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Условие существования нетривиального решения однородной системы.  
Матричная запись и решение в матричной форме систем линейных уравнений.
3. Скалярные и векторные величины. Основные понятия (модуль, направление и точка приложения вектора). Векторы: связанный, скользящий, свободный, единичный, коллинеарные, сонаправленные, противоположно направленные. Понятие о линейных операциях над векторами. Сложение двух векторов по правилу треугольника и по правилу параллелограмма. Сложение трех или  $n$  векторов по правилу многоугольника. Разность двух векторов. Произведение вектора на число. Орт вектора и выражение любого вектора через его орт. Теорема (признак коллинеарности двух векторов). Векторные пространства. Свойства линейных операций.  
. Координатная ось. Орт оси. Проекция точки на ось произвольного направления. Составляющая вектора по оси и проекция вектора на ось. Угол между векторами. Ортогональные векторы. Угол между вектором и осью. Теоремы о проекциях (свойства проекций). Прямоугольные декартовы координаты в пространстве. Координатный базис. Радиус - вектор и координаты точки. Разложение вектора на составляющие по координатным осям, разложение вектора по базису и координаты вектора. Задание векторов в координатной форме, условие равенства их и линейные операции над ними. Вычисление координат вектора по координатам его начала и конца. Определение модуля вектора. Условие коллинеарности векторов, заданных в координатной форме. Скалярное произведение двух векторов. Свойства скалярного произведения (без док-ва). Скалярное произведение векторов, заданных в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов, заданных в координатной форме. Определение угла между двумя векторами. Направляющие косинусы. Определение проекции вектора на направление другого вектора.

4. Векторное произведение двух векторов. Основные свойства векторного произведения. Коллинеарность двух векторов и упрощение векторных произведений в примерах. Векторные произведения ортов координатных осей. Геометрические и физические приложения векторного произведения. (Момент силы. Площадь параллелограмма или треугольника). Смешанное произведение трех векторов. Определение объема параллелепипеда, построенного на трех векторах. Компланарные векторы и условие компланарности векторов.
5. Основные понятия аналитической геометрии на плоскости. Множества, способы их задания. Метод координат на плоскости. Текущие координаты. Линия на плоскости как множество точек, обладающих общим геометрическим свойством. Уравнение линии на плоскости. Две основные задачи аналитической геометрии. Полярные координаты, их связь с прямоугольными декартовыми. Параметрические уравнения линии. Построение линий. Прямая линия на плоскости. Направляющий вектор прямой. Уравнение прямой по направляющему вектору и точке. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Нормальный вектор прямой. Уравнение прямой перпендикулярной нормальному вектору и проходящей через фиксированную точку. Общее уравнение прямой и его исследование. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Алгебраические линии (понятие о кривых первого и второго порядка). Понятие о канонических уравнениях кривых 2-го порядка: эллипса, гиперболы, параболы. Характеристики этих линий (полуоси действительные и мнимые, эксцентриситет, директриса).
6. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Общее уравнение плоскости и его частные случаи. Взаимное расположение плоскостей. Уравнения прямой в пространстве (канонические, параметрические, общие). Взаимное расположение прямой и плоскости.
7. Понятие окрестности точки. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел функции в точке и на бесконечности. Асимптотическое разложение функции, имеющей предел. Горизонтальная асимптота графика функции. Пределы, вычисление пределов. Виды неопределённостей и способы их раскрытия.
8. Абсолютная величина действительного числа и ее свойства. Числовые промежутки и их запись. Функция, область определения функции и область значений функции. Способы задания функции. Классификация функций. Понятие асимптоты. Точки разрыва функции, их классификация. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Приращение функции и дифференциал функции. Задача о мгновенной скорости. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику функции. Физический смысл производной. Производная и дифференциал суммы, произведения, частного функций. Таблица производных. Сложная функция. Производная сложной функции. Дифференциал сложной функции. Обратная функция и ее производная. Пример  $y = \arcsin(x)$ . Неявная функция и ее производная. Численное решение уравнений. Понятие об интерполяции и экстраполяции в приближенных вычислениях. Аппроксимация функций. Применение линейной аппроксимации функции к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.
9. Возрастающая, убывающая функции. Достаточный признак возрастания, убывания, постоянства функции. Метод логарифмического дифференцирования. Точки локального экстремума функции. Необходимый признак экстремума. Первый достаточный признак экстремума. Глобальный экстремум функции на отрезке и

алгоритм нахождения его.

Выпуклость, вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости, вогнутости графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Общая схема исследования функции. Геометрические и физические приложения производной.

10. Некоторые понятия топологии (окрестность точки, внутренняя точка множества, открытое множество, замкнутое множество, связность). Функция двух и нескольких переменных как функция точки. Естественная область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Построение областей, получаемых пересечением поверхностей. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных в ограниченной замкнутой области. Частные производные и дифференциалы.
11. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума и его геометрический смысл. Достаточные условия экстремума. Абсолютный экстремум и алгоритм нахождения. Теория поля. Градиент. Производная по направлению. Производная функции, заданной неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области. Производная функции, заданной неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
13. Комплексные числа, арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме. Изображение комплексных чисел на плоскости (точечная и векторная интерпретация). Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме и их геометрическая интерпретация. Показательная функция с комплексным показателем и ее свойства. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Возведение в степень. Действия над комплексными числами в показательной форме. Основные функции комплексного переменного. Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме. Геометрический смысл операции извлечения корня. Действия над комплексными числами в показательной форме. Основные функции комплексного переменного.
14. Первообразная функция. Теорема о разности двух первообразных. Неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов. Основные свойства интеграла. Инвариантность вида интеграла от выбора аргумента (принцип подведения под знак дифференциала). Основные методы интегрирования: разложения, интегрирования подстановкой (тригонометрические подстановки), интегрирование по частям. Возвратное интегрирование. Многочлены от одной переменной. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Корни многочлена. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Простейшие дроби. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.
15. Интегрирование простейших иррациональностей (линейной, квадратичной). Интегрирование тригонометрических функций.
16. Плотность распределения массы по прямому стержню, задача о его массе. Интегральная сумма. Определенный интеграл по отрезку  $[a, b]$ . Условие существования определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла по отрезку. Формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Свойства определенных интегралов по отрезку, их механический и геометрический смысл. Теоремы: об оценке интеграла, о среднем значении, их геометрический и

- механический смысл.
17. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Несобственные интегралы. Интегралы Лапласа.  
Численные методы вычисления определенных интегралов (формула прямоугольников, трапеций, понятие о методе Симпсона). Численные методы и конечные разности.  
Геометрические приложения определенного интеграла: 1) площадь криволинейной трапеции (использование свойств); 2) длина дуги кривой линии, заданной в декартовых и полярных координатах, а также кривой, заданной параметрически; 3) вычисление объема тела по известным поперечным сечениям; 4) объем тела вращения. Физические приложения: работа переменной силы; вычисление массы прямого неоднородного стержня.
  18. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные определения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Начальные условия. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Семейство интегральных кривых. Методы интегрирования дифференциальных уравнений: с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли. Диф. уравнения 2-го порядка. Начальное условие. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решение диф. уравнения 2-го порядка. Простейшие диф. уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные диф. уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, три случая корней характеристического уравнения.
  19. Линейные неоднородные диф. уравнения. Теорема о структуре общего решения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Теорема о наложении частных решений.  
Понятие о системах дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Метод исключения для решения нормальных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
  20. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Геометрические приложения двойного интеграла.  
Вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
  21. Криволинейные интегралы первого и второго рода (по длине дуги и по координатам). Задача о работе переменной силы. Поверхностные интегралы. Формула Грина.
  22. Числовая последовательность и ее предел. Признак Вейерштрасса. Понятие числового ряда. Сходимость ряда. Сумма ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов (без док-ва). Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: признак сравнения, признак Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши (радикальный – без док-ва).  
Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопередающегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов (без док-ва).  
Функциональные ряды. Основные понятия. Степенные ряды. Конструкция области сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
  23. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора и Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда

- Тейлора к порождающей его функции. Разложение функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)$ ,  $\ln(1+x)$  в ряд Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям: вычисление значения функции, определенного интеграла; решение дифференциальных уравнений.
24. Ортогональная система функций, ее свойства. Тригонометрический ряд. Коэффициенты Фурье, ряд Фурье. Разложение функций в ряд по синусам и по косинусам. Разложение в ряд Фурье функций с периодом  $2\pi$  в интервале  $(-\pi; \pi)$ . Условие Дирихле. Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье. Разложение в ряд Фурье функций с периодом  $2l$  в интервале  $(-l; l)$ .
  25. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье непериодических функций. Ряд Фурье в комплексной форме. Разложение функций в ряд по синусам и по косинусам.
  26. Комбинаторные объекты: размещения, перестановки, сочетания. Основные формулы. Простейшие свойства. Учет повторений. Правила суммы и произведения. Предмет теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Ее свойства. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей. Статистическая и геометрическая вероятности. Алгебра событий. Теорема сложения вероятностей, следствия. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Вероятность появления хотя бы одного из событий.
  27. Гипотезы. Условная вероятность и способы её записи. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности. Наивероятнейшее число появлений события.
  28. Дискретные случайные величины. Закон их распределения. Числовые характеристики: математического ожидания. Дисперсия дискретной случайной величины, среднее квадратическое отклонение и их свойства. Типичные распределения: биномиальное, пуассоновское.
  29. Функция распределения вероятностей и ее свойства. Пример нахождения функции распределения для дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины и функции их распределения. Плотность распределения вероятности и ее свойства. Виды типичных распределений вероятностей: равномерное, показательное, нормальное. Непрерывная случайная величина, её числовые характеристики и свойства этих характеристик. Равномерное и показательное распределения и их свойства распределений.
  30. Нормальное распределение, его свойства. Правило трёх сигм. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.
  31. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора выборки. Статистическое распределение выборки. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Типовые распределения вероятностей, оценки параметров. Точечные оценки и их свойства. Понятие о состоятельности и несмещённости точечных оценок. Выборочная средняя и выборочная дисперсия как оценки соответствующих характеристик генеральной совокупности. Исправленная дисперсия.
  32. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Интервальные оценки. Построение доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ . Проверка статистических гипотез. Основные понятия.

33. Сравнение средних двух нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны. Проверка статистических гипотез. Критерий согласия Пирсона и его применение к проверке гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.
  34. Понятие корреляционной зависимости. Корреляционная таблица. Линейная корреляция. Определение параметров линейной зависимости методом наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.
  35. Простейшие случаи криволинейной корреляции.  
Статистическая проверка гипотез. Основные понятия. Проверка гипотезы о нормальном законе распределения генеральной совокупности по критерию Пирсона.
- Основными стратегическими образовательными технологиями являются: лекционные занятия, практические занятия, процедуры самообучения.
- В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: задания, классическая лекция.